O mercados de Futuros

FUTUROS SOBRE *COMMODITIES*

Modelo teórico de valorização de futuros

- O preço de um contrato de futuros (F_0) Em teoria, está relacionado com o preço à vista atual (S_0) através do **Modelo de Cost-of-Carry (Modelo de Custo de Transporte)**.
- A relação fundamental para os preços de contratos de futuros sobre commodities pode ser formalizado, em tempo discreto, como $F_0 = S_0 \cdot (1+r)^T + C_T - C_T$, onde:
  - F_0: Preço do futuro hoje.
  - S_0: Preço à vista hoje.
  - r: Taxa de juro livre de risco.
  - T: Tempo até à maturidade do contrato (em anos).
  - C_T: Valor futuro dos custos de armazenagem.
  - Y_T: Valor futuro do *convenience yield*.

Determinantes do Valor

- **Convenience Yield (YT):** Representa o benefício ou prémio associado à posse física da matéria-prima.
  - Uma empresa pode estar disposta a pagar mais para ter o ativo fisicamente disponível para evitar paragens na produção ou para aproveitar oportunidades de venda inesperadas. É um "dividendo" implícito de deter o ativo.

Modelo em tempo contínuo

$$F_0 = S_0\, e^{((r + c - y)\,T)}$$

- Considere um ativo subjacente que apresenta as seguintes caraterísticas:
  - Taxa livre de risco: $r = 5\%$
  - Custos de armazenagem: $u = 0{,}5\ \%$
  - Yield de conveniência: $y = 1\%$
  - Prazo $\mathrm{T} = 6\ meses$

Capitalização discreta

Ocorre quando os juros são adicionados ao capital em intervalos de tempo **discretos** (anuais, semestrais, trimestrais, mensais, etc.).

Fórmula geral: $FV = PV \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot t}$

onde:

FV = valor futuro,

PV = valor presente,

i = taxa de juro nominal anual,

m = número de períodos de capitalização por ano,

t = número de anos.

Exemplo de para um depósito de 1.000€ a 10% ao ano durante 2 anos:

- Capitalização anual: FV = 1000·(1+0,10)^2 = 1.210 €
- Capitalização trimestral: FV = 1000·(1+0,10/4)^8 ≈ 1.219 €

Quanto mais frequente for a capitalização, maior será o valor futuro, porque os juros são "incorporados" mais vezes

Capitalização contínua

$$FV = PV \cdot e^{r \cdot t}$$

onde:

FV = valor futuro,

PV = valor presente,

e é a base dos logaritmos naturais ($\approx 2{,}718$),

r é a taxa de juro anual efetiva,

t é o tempo em anos.

Exemplo:
Para o mesmo depósito de 1.000€ a 10% ao ano durante 2 anos, com capitalização contínua:

$$FV = 1000 \cdot e^{0{,}10 \cdot 2} \approx 1.221\ €$$

Note que o valor é ligeiramente superior ao regime discreto, porque os juros estão sempre a ser incorporados.

Relação entre os regimes

A capitalização contínua é o **limite matemático** da capitalização discreta quando o número de períodos de capitalização tende para infinito:

$$\lim_{m \to \infty} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot t} = e^{i \cdot t}$$

A ligação é direta: qualquer taxa de juro discreta pode ser convertida numa **taxa contínua equivalente**, e vice-versa:

$$r_c = m \cdot \ln\left(1 + \frac{i}{m}\right) \;\; ; \;\; i = m \cdot \left(e^{r_c/m} - 1\right)$$

- A capitalização contínua facilita modelização matemática e o cálculo de derivadas, logaritmos, ...
- A capitalização discreta é mais usada em produtos financeiros reais (empréstimos bancários, obrigações), porque os juros são pagos periódicamente em datas específicas.

Avaliação em tempo contínuo

- Se o preço do ativo no mercado à vista for de 5000, qual é a espectativa que será o preço de equilíbrio no mercado de futuros a 6 meses?

$F_{teórico} = 5000 * e^{\left[(0{,}05-0.005)*\left(\frac{180}{360}\right)\right]} \approx 5113{,}78$ USD

- O preço hoje do contrato de futuros por 6 meses é de 5175.

Arbitragem Cash-and-Carry

O futuro está sobrevalorizado: Arbitragem *cash-and-carry* : *Compra do ativo no mercado à vista e venda simultânea de futuros sobre esse ativo*

- **Intuição:** Comprar barato hoje no mercado à vista e vender caro no mercado de futuros para entrega futura, garantindo um lucro sem risco. A estratégia consiste em "carregar" (*carry*) o ativo físico até à maturidade.

Arbitragem cash-and-carry

A) Compra de uma unidade do ativo no imediato por 5000 através de um empréstimo e suporta o custo de posse de 113,78 ($5000 * e^{[(0{,}05-0.005)*\left(\frac{180}{360}\right)]} - 5000$), por 6 meses;

B) **Simultâneamente** assume uma posição Vendedora no contrato de futuros por 6 meses de 5175.

Arbitragem cash-and-carry

Passados 6 meses

- **Entrega** o ativo no contrato de futuros por 5175 e paga os custos de posse de 113,78, ficando com 5061,22 (5175-113,78)
- **Liquida** o valor inicial de 5000 e tem um lucro de 61,22 por cada unidade de ativo subjacente.
- Se esta estratégia tivesse sido desenvolvida para 100 unidades de ativo subjacente, teria um resultado de: 100 * 61,22 = **6122 (sem risco).**

Arbitragem *reverse cash and carry*

- O futuro está subrevalorizado: Arbitragem reverse *cash-and-carry* ➡ *Venda do instrumento subjacente, no mercado à vista e compra simultânea de futuros sobre esse ativo*
- **Intuição subjacente ao Reverse Cash-and-carry (futuro barato):** Vender caro hoje no mercado à vista (se já detiver o ativo ou "a descoberto" - *short*) e comprar barato no mercado de futuros (*long*) para recompra futura do ativo subjacente. O dinheiro da venda é investido para render juros.

Avaliação em tempo contínuo

- Se o preço do ativo no mercado à vista for de 5000, qual é a espectativa que será o preço de equilíbrio no mercado de futuros a 6 meses?

$F_{teórico} = 5000 * e^{\left[(0{,}05-0.005)*\left(\frac{180}{360}\right)\right]} \approx$ 5113,78 USD

- O preço hoje do contrato de futuros por 6 meses é de 5060.

Arbitragem Reverse cash-and-carry

Hoje (Momento 0):

A) Venda do ativo subjacente (ou a descoberto) no imediato por 5000;

B) Assume uma posição compradora no mercado de futuros no valor de 5060;

C) Investe o valor líquido da venda a descoberto a 6 meses à taxa de 4,5% (taxa de custo de posse apurada ou de um ativo sem risco)

Arbitragem Reverse cash-and-carry

Daqui a 6 meses:

Daqui a 6 meses, recebe o valor do investimento, $5000 * e^{(0{,}045*(\frac{180}{360})} = 5113{,}78$, fecha o contrato de futuros pagando 5060 e cancela a venda a descoberto entregando o ativo.

Esta estratégia conduz a um ganho de 53,78 (5113,78 - 5060) por cada unidade de ativo subjacente. Se tivesse negociado 1000 unidades do ativo, o lucro seria: 1000*53,78 = 53780