

INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU

O Mercados de Opções

Finanças
Empresariais

17ª Edição

SEMESTRE: 2º

DOCENTE : Luís Fernandes Rodrigues

O MERCADO DE OPÇÕES

Um contrato de opções traduz-se num **acordo pelo qual o comprador adquire o direito de comprar (opção de compra) ou de vender (opção de venda) uma quantidade específica de um determinado bem ou instrumento financeiro a um preço fixado (preço de exercício), numa data pré-fixada (opções de estilo europeu) ou durante o período que até aí decorre (opções de estilo americano), pagando, por isso, um dado preço (prémio).**

Esta data é vulgarmente denominada data de expiração ou data de vencimento. O vendedor assume a obrigação de vender ou comprar o referido ativo, nas condições definidas, no caso de o comprador decidir exercer o seu direito.

A pré-determinação das características dos contratos vai permitir que, ao nível dos contratos de derivativos sobre um mesmo ativo subjacente, se afirme que tem tantas séries quantas as datas de vencimento e que, relativamente aos contratos de opções, as séries sejam caracterizadas pelo facto de a opção ter o mesmo ativo subjacente, a mesma natureza (*call ou put*), a mesma data de exercício e o mesmo preço de exercício.

As opções são fundamental usadas para:

Hedging: Reduzir risco de posições existentes. Exemplo: Airline compra calls sobre crude oil para limitar custo de combustível, pagando prémio como "seguro".

Especulação: Alavancagem para lucrar de movimentos direcionais ou de volatilidade. Exemplo: Trader compra calls com 4% do capital, controla posição 25x maior, ROI potencial 275% vs. 20% comprando ações.

PERFIS DE GANHOS E PERDAS

O comprador da opção, independentemente de se tratar de uma opção call ou de uma opção put, é quem define, como vimos, se exerce ou não a opção. A que critério recorrerá um tal agente económico para tomar semelhante decisão? Em que circunstâncias é recomendável o exercício da opção e em que ocasiões é preferível deixar expirar a opção sem a exercer? Somente pela comparação entre o preço de exercício e o preço de mercado do ativo de base se determina o interesse ou desinteresse no exercício da opção.

Com efeito, no caso de uma opção call, o comprador tem vantagem no seu exercício se o strike price for inferior ao preço do mercado spot, pois só assim estará a comprar o ativo a um preço inferior ao que teria de pagar, naquele momento, no mercado de entrega imediata. Em caso contrário, isto é, quando preço de exercício é superior ao preço do mercado à vista, é preferível não exercer a opção porquanto, se o fizer, o comprador estará a pagar um preço superior ao que lhe é exigido, naquele momento, no mercado a contado para aceder ao mesmo ativo.

Por sua vez, tratando-se de uma opção put, só existe interesse no seu exercício se o preço do mercado à vista for inferior ao preço de exercício da opção. Caso contrário, a opção não será exercida uma vez que se o seu detentor proceder à alienação do ativo no mercado spot acederá a uma receita superior.

S – Valor do ativo ou instrumento de suporte

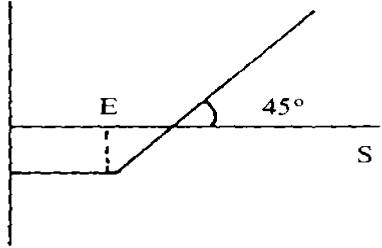
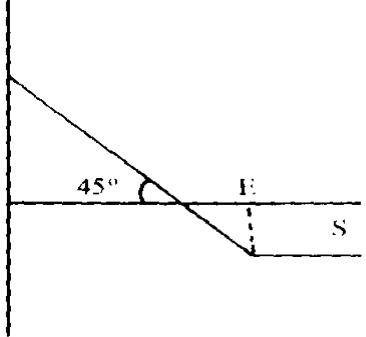
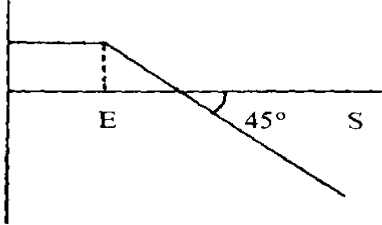
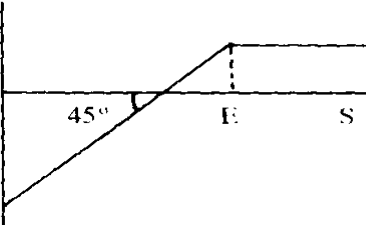
E - preço de exercício (strike price ou exercise price) : preço, por unidade do ativo de base, a que o comprador pode, exercendo a opção, obrigar o vendedor a comprar/vender o ativo. É fixado no contrato, não podendo ser discutido pelas partes.

É através da comparação do preço de exercício com o preço de mercado que o comprador da opção decide se a exerce ou não.

No caso do call, ele exerce-a se o preço de exercício $(E) < \text{preço de mercado } (S)$

No caso do put, ele exerce-a se o preço de exercício $(E) > \text{preço de mercado } (S)$

Investimentos em Derivados

	CALL	PUT
L O N G O	LUCRO  PREJUÍZO Prejuízo limitado, ganho ilimitado	LUCRO  PREJUÍZO Ganho quase ilimitado ($S > 0$), prejuízo limitado
C U R T O	LUCRO  PREJUÍZO Ganho limitado, prejuízo ilimitado	LUCRO  PREJUÍZO Prejuízo quase ilimitado ($S > 0$), ganho limitado

as opções dizem-se:

- in-the-money - no caso de um call, se preço de exercício $<$ preço de mercado. No caso de um put, se preço de exercício $>$ preço de mercado, quando há benefício pelo exercício imediato da opção.
- out-of-the-money - no caso de um call, se preço de exercício $>$ preço de mercado. No caso de um put, se preço de exercício $<$ preço de mercado, quando há prejuízo pelo exercício imediato da opção.

Investimentos em Derivados

- at-the-money - no caso de um call, se preço de exercício = preço de mercado.

No caso de um put, se preço de exercício = preço de mercado.

Factores que afectam o preço do prémio das opções, e em que medida

O valor do prémio divide-se em duas partes :

- **valor intrínseco** - valor que a opção teria se estivesse na data em que termina a possibilidade de exercício.

⇒ valor intrínseco de uma *call* = preço de mercado – preço de exercício ou 0 (zero)

Call Longo: $\max(0, S-E)$

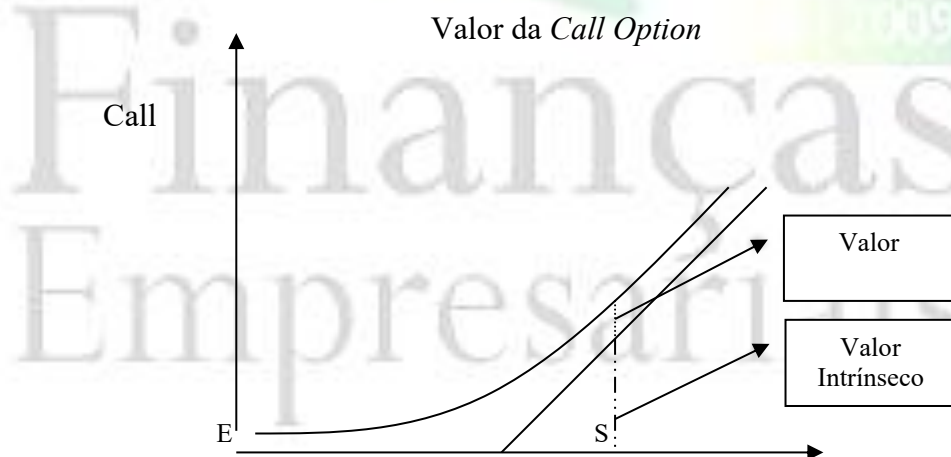
Call Curto: $-\max(0, S-E)$

⇒ valor intrínseco de uma *put* = preço de exercício – preço de mercado ou 0 (zero)

Put Longo: $\max(0, E-S)$

Put Curto: $-\max(0, E-S)$

- **valor temporal** – é a componente do respectivo preço, cujo valor é positivo ou nulo em todas as datas anteriores à data limite do exercício, e que é função do tempo que resta para o seu vencimento.



O valor temporal corresponde à diferença entre a curva do valor total e a curva do valor intrínseco.

O valor intrínseco nunca pode ser inferior a zero, e é, geralmente, a componente mais substancial do prémio. Se as duas opções fossem em tudo idênticas exceto no tempo restante para o vencimento, então a opção com maior maturidade teria maior preço, já que a probabilidade de um acontecimento favorável é maior, em maior espaço de tempo. A opção possui portanto, um valor temporal para além do valor intrínseco.

Investimentos em Derivados

A circunstancia de o prémio das opções ter embutido este valor temporal para além do valor intrínseco faz com que a percentagem de opções exercidas seja reduzida, já que, se a liquidez do mercado o permitir, é preferível a venda da opção ao seu exercício (só a concretizar no fim, quando o valor temporal é nulo e se tal se justificar).

O Modelo de Black & Scholes

O Modelo de Black & Scholes contempla variações contínuas de preço do ativo de suporte. Black & Scholes (1973) deduziram uma fórmula para os preços das opções de compra, que se baseia no pressuposto de que a variação dos preços do ativo subjacente segue a lei de distribuição de probabilidade log-normal. Atualizando para o momento t , o valor esperado da opção, na data de exercício, à taxa de juro sem risco.

Há vários estudos cujo objetivo é encontrar um valor justo para o prémio da opção. O mais importante modelo de avaliação é o modelo de Black & Scholes, o qual assenta nos seguintes pressupostos :

1. A taxa de rendibilidade do título de suporte segue uma distribuição normal reduzida;
2. A taxa de juro a curto prazo, bem como o risco antecipado do título de suporte são constantes até ao vencimento;
3. O título de suporte não dá lugar ao pagamento de dividendos entre o momento actual o vencimento;
4. Os mercados são suficientemente competitivos para que as ordens de compra e de venda sejam executadas ao preço de mercado (sem desvio entre o preço de oferta e o de procura);
5. Não é possível encontrar oportunidades de aplicações financeiras que sejam sem risco e que proporcionem uma rendibilidade superior à taxa de juro a curto prazo;

A fórmula do modelo de Black & Scholes para o preço (prémio) de uma call (europeia) é a seguinte:

$$C = S \times N(d_1) - E \times e^{-rt} \times N(d_2)$$

Investimentos em Derivados

onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{S}{E \times e^{-rt}}\right]}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{1}{2} \times \sigma \times \sqrt{t}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{t}$$

C = prémio de um *call*

S = cotação do título de suporte

E = preço de exercício

r = taxa de juro sem risco

t = tempo até à expiração

σ = volatilidade da acção

N(d_j) = probabilidade de acontecer uma flutuação de menos de d_j, assumindo uma distribuição normal reduzida (isto é, P(x) < d_j)

Notar que se o preço do ativo tivesse uma variação certa, então a variância (σ^2) seria nula. Nesta situação d₁ e d₂ seriam muito elevados e N(d₁) e N(d₂) iguais a um. A fórmula viria então igual a:

$$C = S - E \times e^{-rt}$$

Pelo que N(d₁) e N(d₂) surgem assim como dois ponderadores ligados a S e $E \times e^{-rt}$.

A tabela seguinte resume como uma alteração em cada um dos parâmetros do modelo de Black & Scholes afeta o valor de uma call e de uma put europeias, assumindo que todos os outros fatores permanecem constantes.

Investimentos em Derivados

Factores que afectam o preço do prémio das opções

Parâmetro	Efeito na Call	Efeito na Put	Justificação Económica
Preço da Ação (S)	+	-	Uma subida em S aumenta a probabilidade de uma call ser exercida com lucro e diminui a de uma put.
Preço de Exercício (E)	-	+	Um E mais alto torna uma call menos valiosa (custo de aquisição maior) e uma put mais valiosa (preço de venda garantido maior).
Tempo até Expiração (T)	+	+ ?	Mais tempo, aumenta a probabilidade de movimentos de preço favoráveis para ambas as opções (valor temporal maior).
Taxa de Juro sem Risco (r)	+	-	Uma taxa mais alta diminui o valor presente do preço de exercício (E), o que beneficia a call (custo futuro menor) e prejudica a put.
Volatilidade da Ação (σS)	+	+	Maior volatilidade aumenta a probabilidade de movimentos de preço extremos. Como as perdas do comprador são limitadas, a volatilidade aumenta o potencial de ganho para ambas as opções.

O prazo de expiração conta com dois tipos de influência:

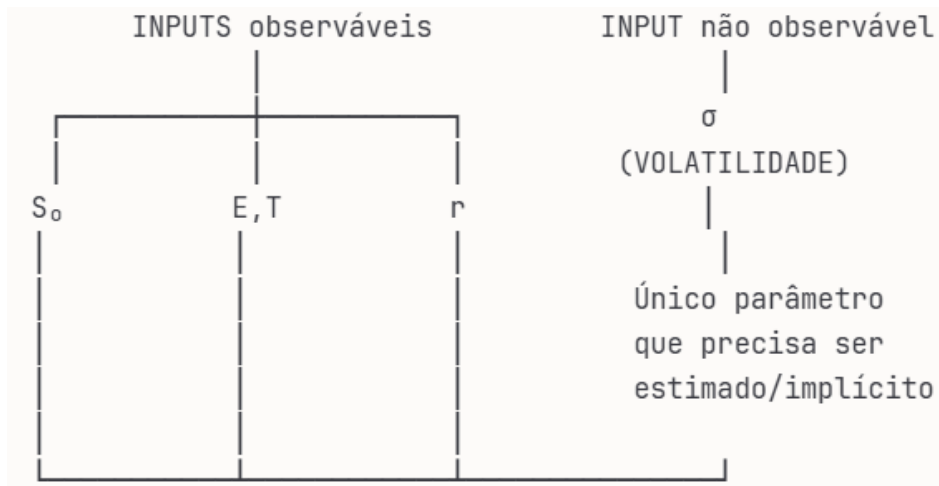
- por um lado, quanto maior for o prazo de expiração, menor é o valor atualizado do preço de exercício e, logo, maior é o valor do call e menor é o valor do put;
- por outro lado, quanto maior for o prazo de expiração, maior será a volatilidade do preço do ativo de base e, logo, maior será o valor do call e do put;

Temos assim que na **variável tempo** afeta estão embutidos estes em dois efeitos ,o **efeito valor atual** e o **efeito volatilidade**

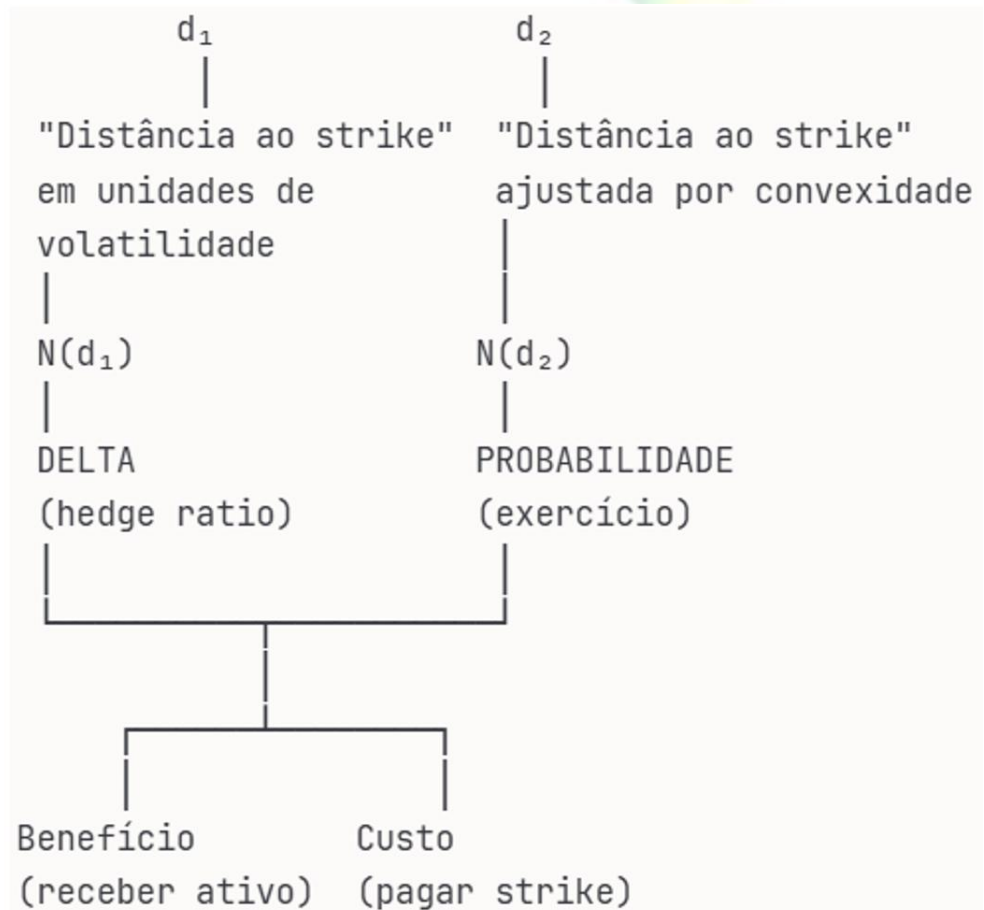
A taxa de juro a aplicar no cálculo deste valor deverá ser uma taxa sem prémio de risco e de duração ou maturidade semelhante à da própria opção.

Podemos ainda classificar as variáveis do modelo de Black-Scholes conforme sejam ou não diretamente observáveis no mercado

Investimentos em Derivados



A partir destas podemos calcular os parâmetros d_1 e d_2 :



$$C = S \times N(d_1) - E \times e^{-rt} \times N(d_2)$$

Investimentos em Derivados

O efeito volatilidade («insurance value») é mais complexo, já que a volatilidade do preço do ativo suporte é difícil de estimar e pode não ser constante.

Esta é a parcela mais importante do prémio a seguir ao valor intrínseco. Quando o mercado utiliza o mesmo modelo os «dealers» cotam, por vezes, directamente a volatilidade e não o prémio. O efeito da volatilidade no preço da «call» e «put» é idêntico. A medida que a volatilidade sobe, a probabilidade de exercer a opção com lucro aumenta. As variações na volatilidade afectam mais o prémio quando o valor do ativo está próximo do preço de exercício («at the money - ATM»), já que se está «OTM» o exercício é improvável e se está «ITM» o seu valor é sobretudo intrínseco.

A paridade put-call

A paridade *put-call* é uma relação de equilíbrio que estabelece uma ligação precisa entre o preço de uma *call*, uma *put*, o ativo subjacente e um título sem risco, quando todas têm o mesmo strike (E) e o mesmo vencimento (T). Assim temos que os prémios de uma *call* e de uma *put* mantêm uma relação chamada **paridade put-call**, dada pela equação:

$$C + E \times e^{-rt} = P + S$$

A paridade put-call baseia-se no princípio da não-arbitragem: se duas carteiras produzem exatamente o mesmo payoff em todos os estados futuros possíveis, devem ter o mesmo valor hoje, tal como podemos verificar na seguinte tabela.

Estado Final	$S_T < E$	$S_T = E$	$S_T > E$
Carteira A			
Call	0	0	$S_T - E$
Cash	E	E	E
Total A	E	E	S_T
Carteira B			
Put	$E - S_T$	0	0
Ação	S_T	E	S_T
Total B	E	E	S_T

Modelo Black-Scholes-Merton na Avaliação de Empresas

Fischer Black e Myron Scholes publicaram o seu trabalho seminal "The Pricing of Options and Corporate Liabilities" em maio de 1973, enquanto Robert Merton publicou "Theory of Rational Option Pricing" no mesmo ano, fornecendo derivações alternativas. Os modelos Black-Scholes-Merton (BSM) não apenas resolveram o problema de precificar opções, mas estabeleceram uma metodologia geral para avaliar qualquer ativo cujo valor dependa contingentemente de outro ativo.

A implicação fundamental é profunda: o preço de uma opção não depende do retorno esperado das ações nem da aversão ao risco dos investidores. Apenas cinco inputs são necessários: preço atual do ativo (S), strike (E), volatilidade (σ), taxa livre de risco (r), e tempo até vencimento (T).

O paralelismo entre o Modelo Black-Scholes e o Modelo de Merton

Uma outra implicação fundamental é a de a estrutura de propriedade de responsabilidade limitada transforma acionistas em detentores de *calls*. Consequentemente, Merton reconheceu que o capital próprio de uma empresa alavancada é uma opção de compra europeia sobre os ativos totais da firma onde o strike price é o face-value da dívida.

A tabela seguinte clarifica a analogia que está no cerne do modelo de Merton, mapeando as variáveis da fórmula de avaliação de opções de mercado para as variáveis da estrutura de capital de uma empresa.

Variável no Modelo Black-Scholes	Contraparte no Modelo de Merton
Preço da Ação (S_0)	Valor de Mercado dos Ativos da Empresa (V_0)
Preço de Exercício (E)	Valor Nominal da Dívida de Cupão Zero (D)
Tempo até Expiração (T)	Maturidade da Dívida (T)
Volatilidade da Ação (σ_S)	Volatilidade dos Ativos da Empresa (σ_V)
Taxa de Juro sem Risco (r)	Taxa de Juro sem Risco (r)
Preço da Call Option (C)	Valor de Mercado do Capital Próprio (E_0)

Investimentos em Derivados

Assim, se na data de maturidade da dívida T , se $V_t > D$ (valor dos ativos excede dívida), os acionistas pagam D aos credores e retêm $E_t = V_t - D$. Se $V_t \leq D$, a empresa está insolvente; sob responsabilidade limitada, os acionistas "entregam as chaves", recebendo zero. Logo $E_t = \max(V_t - D, 0)$.

Este perfil de ganhos e perdas é idêntico ao payoff de uma *call* option. O princípio de responsabilidade limitada cria a assimetria: ganhos ilimitados (*upside*), perdas limitadas ao investimento na empresa (*downside* truncado em zero).

Quando os acionistas "exercem" antes da maturidade, o *equity* mantém valor positivo mesmo quando $V < D$ (empresa tecnicamente insolvente), devido ao valor de opção (time value). A volatilidade dos ativos (σ_V) amplifica este efeito: maior incerteza aumenta valor dos capitais próprios, explicando motivando os acionistas de empresas em dificuldades financeiros a empreenderem projetos de alto risco.

Mas se o valor dos capitais próprios é uma call option, o que é a dívida?

A dívida com risco de uma empresa pode ser entendida através de uma relação de paridade. O valor total dos ativos da empresa (V) tem de ser igual à soma do valor do seu equity (E) e da sua dívida (D).

Merton (1974) aplicou a precificação da opção Black-Scholes para avaliar os Capitais Próprios de empresa e da sua dívida:

O capital próprio é uma opção de compra (call) sobre os ativos da empresa com um strike (Exercício) = valor da dívida.

Capitais Próprios avaliados como uma call option:

$$\text{Capital Próprio} = V N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2)$$

Então teremos também:

$$\text{Dívida} = \text{Valor dos Ativos} - \text{Capital Próprio} = D e^{-rT} N(-d_2) + V N(-d_1)$$

onde:

V = Valor atual dos ativos da empresa

D = Face value da dívida

r = Taxa de juro livre de risco

T = Tempo até à maturidade da dívida

$N(\cdot)$ = Distribuição cumulativa normal padronizada

d_1, d_2 = parâmetros que incorporam a volatilidade e a alavancagem dos ativos

Uma forma ainda intuitiva de ver a posição dos credores é a seguinte: a detenção de dívida com risco é **economicamente equivalente a deter uma obrigação sem risco (que vale D no vencimento) e, simultaneamente, ter vendido uma put option europeia aos acionistas**. Esta put dá aos acionistas o direito de "vender" os ativos da empresa aos credores pelo preço de exercício. Se, no vencimento, o valor dos ativos for inferior a D , os acionistas podem exercer a sua put, forçando os credores a aceitar os ativos da empresa em vez do pagamento total da dívida. O valor da dívida com risco hoje é, portanto, o valor de uma obrigação sem risco menos o valor desta put option implícita.

De fato, pode-se dizer que os credores vendem implicitamente aos acionistas uma put sobre os ativos da empresa. A intuição económica é a de que o payoff dos credores na maturidade é $D_t = \min(V_t, D)$, logo podemos reescrever como $\min(V_t, D) = D - \max(D - V_t, 0)$. Este segundo termo é o payoff de uma put option.

Resumidamente temos portanto:

Valor da Dívida com risco = Valor da dívida livre de risco - put option sobre ativos

Portanto podemos interpretar **como os credores efetivamente vendam (short) uma put aos acionistas (logo os acionistas comprem (long) essa put)**.

O valor desta put option representa o prémio de risco de crédito. É o "desconto" que o mercado aplica ao valor da dívida para compensar os credores pelo risco de incumprimento.

Investimentos em Derivados

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 – Considere que, num dado momento t , uma "*call-option*" e uma "*put-option*" americanas possuem as seguintes características:

	<i>"call-option"</i>	<i>"put-option"</i>
Prémio	1	1,5
Preço de exercício	101	110
Preço do ativo subjacente	100	108

- Determine o valor intrínseco e o valor temporal da "*call-option*" e explique porque razão o momento t é necessariamente anterior à data de exercício dessa opção.
- Exponha as oportunidades de arbitragem existentes para a "*put-option*".

2 – Considere uma *call-option* (opção de compra) e *put-option* (opção de venda) americanas com as seguintes características:

	<i>Call-option</i>	<i>Put-option</i>
Prémio	20	30
Preço de exercício	1020	1090
Preço de mercado do ativo subjacente	1000	1050

- Defina valor intrínseco e valor temporal de uma opção. Elucide graficamente a sua resposta para o caso de uma *call option* (opção de compra) como o de uma *Put-option* (opção de venda).
- Qual o valor intrínseco e o valor temporal desta *call option*. Será que este momento é anterior à data anterior à data de exercício dessa opção? Justifique.
- Será que, com estes dados, fará sentido a realização de operações de arbitragem relativamente a esta *put-option*? Caso responda positivamente diga qual a operação de arbitragem que efetuará nesta situação.

3 - Considere uma ação cujo preço corrente (S_0) é 53€. Avalie uma *call option* e uma *put option* europeias sobre esta ação, ambas com um preço de exercício (E) de 50€ e um prazo de vencimento de 63 dias. A taxa de juro sem risco contínua (r) é de 10% ao ano, e a volatilidade anualizada do retorno da ação (σ) é de 40%.

Investimentos em Derivados

Tenha em conta os seguintes valores para uma distribuição normal:

- $N(d1)=0,7046$
- $N(d2)=0,6448$

4 - Considere os seguintes dados sobre uma ação de uma empresa cotada no NASDAQ:

Preço à vista (S_0)	100
Preço de exercício (E)	100
Taxa livre de risco anual (r)	5%
Volatilidade anual do subjacente (σ)	25%
Tempo até ao vencimento (T, em anos)	0,5

- a) Calcule o preço da call europeia C
- b) Determine o preço da put europeia P .
- c) Decomponha o prémio em valor intrínseco e valor temporal.

Tenha em conta os seguintes valores para uma distribuição normal:

- $N(d1)=0.5908$
- $N(d2)= 0.5211$
- $N(-d1)= 0.4789$
- $N(-d2)= 0.4092$

5 - Relativamente a um contrato de opção de compra, que como título de suporte uma ação com as seguintes características:

- Cotação do ativo (ação) subjacente: 2,5 €
- Preço de Exercício da opção (*strike price*): 2,55
- Taxa de juro isenta de risco: 0,07
- Ee^{-rt} : 2,525665
- A variância da taxa de rentabilidade com base numa periodicidade semanal é de 0,001202.

Valores da distribuição normal:

- $N(d1)=0,474455$
- $N(d2)=0,4378768$

Investimentos em Derivados

Calcule o valor da cotação do título suporte a partir do qual o vendedor da "put" começa a perder. Efetue os seus cálculos a partir da relação de paridade put/call.

6 - A empresa "Innovate" tem uma estrutura de capital simples. O valor de mercado dos seus ativos (A_0) é de 100 milhões de euros e a volatilidade anualizada dos seus ativos (σ_A) é de 30%. A empresa tem uma única emissão de dívida de cupão zero com um valor nominal (r) de 70 milhões de euros, que vence em 5 anos (T). A taxa de juro sem risco contínua (σ_A) é de 5% ao ano.

Pretende-se que avalie o capital próprio e a dívida da empresa.

Considere o seguinte paralelismo nos parâmetros dos modelos de B&S e Merton

Black-Scholes	Modelo de Merton
S (preço ação)	A (Valor dos ativos)
E (strike)	D (dívida – face-value)
σ (volatilidade da ação)	σ_A (volatilidade dos ativos)
C (call value)	E (equity value)