



**A ORGANIZAÇÃO DAS BOLSAS DE
DERIVADOS**

**O FUNCIONAMENTO DOS MERCADOS
DE DERIVADOS**



Um Futuro é um contrato:

- Negociável
- Efetuado num mercado organizado
- Em que as partes se obrigam a comprar/vender
- Um ativo
 - em quantidade e qualidade normalizadas
 - em data e local pré-determinados
- A um preço acordado no presente



Organização do Mercado

Características principais:

- Contratos-padrão
- Data de vencimento
- Liquidação física ou financeira
- Marcação a mercado (mark-to-market)
- Sistema de margens e garantias



Preço - o único objeto de negociação

Padronização ↔ Mercado Organizado

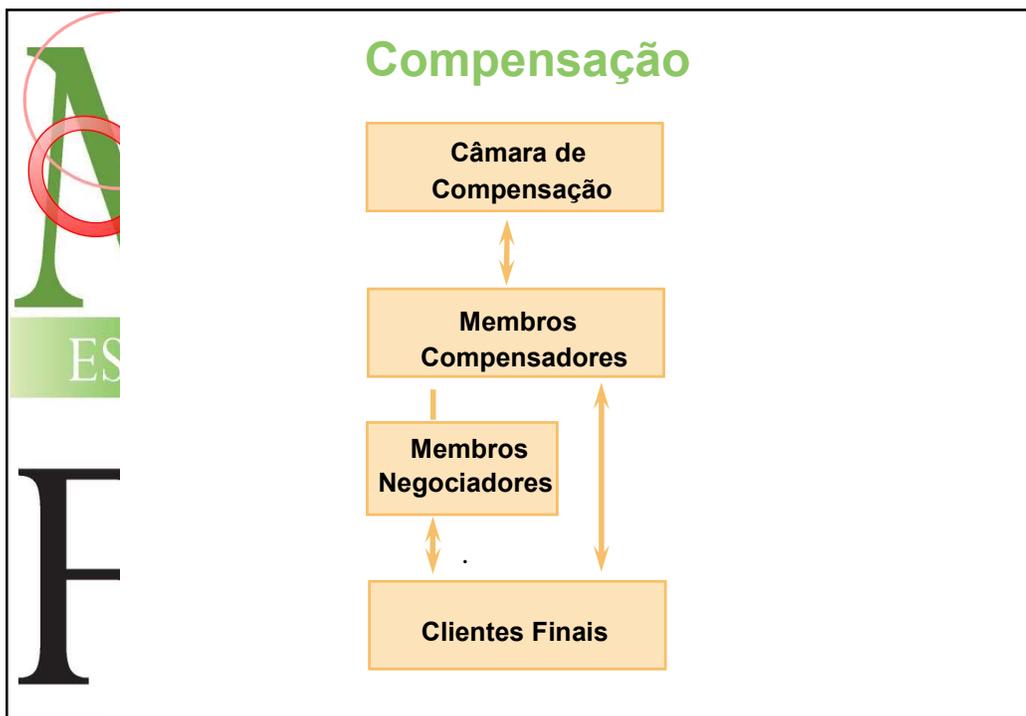
Padronização de:

- *Tick size*
 - mínima variação de cotação
- Limites máximos de variação de cotação
 - entre negócios sucessivos
 - durante a sessão

A
ES
F

Estutura Operacional das Bolsas de Derivados

- Os participantes (clientes) só podem operar nas Bolsas de derivados tradicionais através de um vínculo com uma **Corretora**,
- Cada Corretora tem um limite operacional no **Membro de Compensação**,
- Cada Membro de Compensação tem um limite operacional com a **Bolsa**; calculado pelo patrimônio declarado como garantia,
- Enquanto Câmara de Compensação, a bolsa garante transferência de clientes finais em caso de incumprimento de membros compensadores, através das garantias depositadas





O sistema de margem e garantias

- Para cada posição aberta nas operações, devido aos riscos de liquidação, a Bolsa exige que sejam depositadas em sua custódia, garantias que podem ser executadas caso o cliente/corretora venham a ficar insolvente. Estes ativos podem ser dinheiro, ações, títulos públicos e privados, etc.
- A margem de garantia é devida pela detenção de posições em contratos de futuros à entidade gestora do mercado, constando das condições gerais de cada contrato
 - O seu valor está relacionado com o limite máximo de variação diária de preços e o tempo de exposição, ou seja, o tempo necessário para fechar posições, perante um incumprimento;
 - Destina-se a cobrir perdas decorrentes da variação de preços que possa ocorrer entre o momento de um eventual incumprimento e o fecho da posição
 - O seu valor é reduzido relativamente ao volume de negociação do contrato, dado o sistema de ajustes diários
 - Nível de desagregação a considerar na análise e acompanhamento da evolução das posições.



Ajuste diário de ganhos e perdas

- O cliente posicionado no mercado de futuros paga ou recebe diariamente o valor da sua posição em relação ao dia anterior.
- Para cada tipo de ativo/commodity existe uma fórmula para cálculo do ajuste diário, especificada no contrato.
- O ajuste é feito a um **Preço de Referência** estabelecido no final da sessão e que reflete a tendência de fecho de cada sessão
- O ajuste equivale a uma liquidação parcial do contrato, diminuindo a exposição da Câmara de Compensação a incumprimentos e o valor necessário das margens iniciais.

Ganhos = Perdas → Transferência



Ajuste diário de ganhos e perdas

- No próximo exemplo, o comprador e o vendedor subscerevem um contrato de futuros sobre um ativo subjacente e para uma determinada data futura. A cotação de referência no início da contrato é de 2000.
- O racional associado à negociação deste este contrato é o seguinte:
 - O comprador tem a expectativa que a cotação vai subir e ganhará se tal acontecer; porém perderá se o preço descer.
 - O vendedor tem a expectativa que a cotação vai descer e ganhará se tal acontecer; porém, perderá se o preço subir.
- De acordo com as características do contrato de futuros em questão, ambas as partes depositam uma margem inicial de 400, sendo ainda referido o valor de 300 como margem de manutenção.
- Ao fim do 5º dia ambos fecham a sua posição.



Exemplo de Ajustes Diários

	Posição inicial	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Preço dos futuros						
(Fecho dia ou preço de liquidação)	2000	2200	2400	2100	1900	1800
Comprador (long)						
Margem inicial	400	--	--	--	--	--
Varição na margem	--	200	200	-300	-200	-100
Conta margem antes ajustamentos	--	600	800	500	300	200
Reforços na conta margem	--	--	--	--	--	100
Conta margem após ajustamentos	--	600	800	500	300	300
Resultados/dia	--	200	200	-300	-200	-100
Resultados acumulados	--	200	400	100	-100	-200
Vendedor (short)						
Margem inicial	400	--	--	--	--	--
Varição na margem	--	-200	-200	300	200	100
Conta margem antes ajustamentos	--	200	100	600	800	900
Reforços na conta margem	--	100	200	--	--	--
Conta margem após ajustamentos	--	300	300	600	800	900
Resultados/dia	--	-200	-200	300	200	100
Resultados acumulados	--	-200	-400	-100	100	200
Margem de Manutenção	300	--	--	--	--	--

A
ES
F

O conceito de Base no Mercado de Futuros

A **diferença** entre cotação à vista e o preço do futuro no mercado e a é designada por **Base**.

- A existência de um valor para a BASE é comum antes da maturidade do contrato, no vencimento esta é igual a zero, dado que o valor atribuído nos dois mercados terá de ser o mesmo.
- Apesar do cálculo do base como (**Preço à vista – Preço dos Futuros**) ser a forma mais utilizada, também é expressa como (**Preço dos Futuros – Preço à vista**).

A
ES
F

Evolução temporal da base

A **Base** diminui ao longo do tempo, sendo nula na data de vencimento do contrato de futuros (preços à vista e a futuro convergem).

Base

Spot BPI

Futuro BPI

Vencimento do contrato

Evolução temporal da **Base** revela um comportamento mais estável que os preços, à vista ou a futuro, logo de mais fácil previsão.

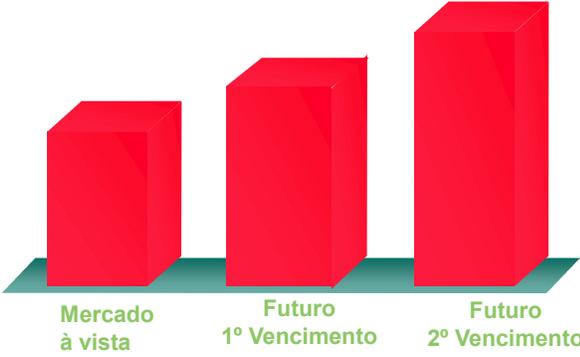
A

ES

F

Mercado normal

Em condições normais o preço do futuro é superior ao preço no mercado à vista sendo referido que o mercado está normal e atribui-se a designação técnica de *CONTANGO*.



Instrumento	Preço
Mercado à vista	Menor
Futuro 1º Vencimento	Intermediário
Futuro 2º Vencimento	Maior

A

ES

F

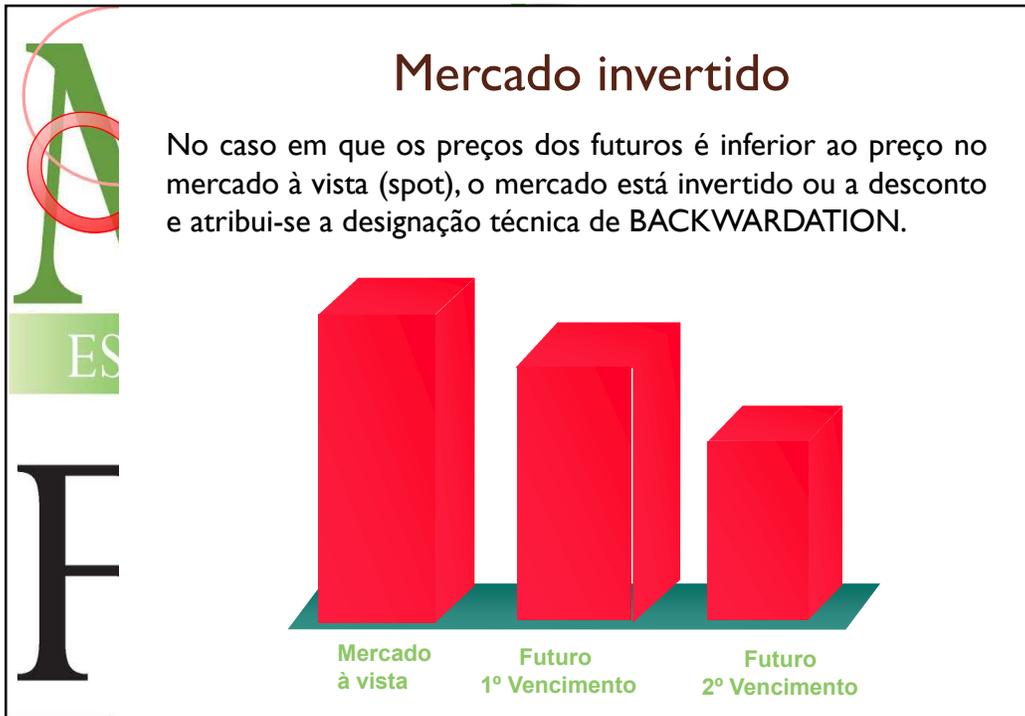
A BASE

Interpretação:

Se **Futuro < Spot** os futuros estão sendo negociados acima do spot (uma situação chamada **contango**).

Se **Spot > Futuro** o spot está a ser negociado acima dos futuros (uma situação chamada **backwardation**).

Quando fazemos uma operação de cobertura de risco (*hedging*) com contratos de futuros na verdade estamos a substituir do risco de preços por um risco menor o **risco de variação da base** (evolução distinta de preços à vista e futuros).



ARBITAGEM, HEDGING e ESPECULAÇÃO

A **ES**

INTERVENÇÃO NOS MERCADOS DE FUTUROS : Arbitragem

- **Objectivo:** Obtenção de um ganho isento de risco, explorando imperfeições momentâneas entre mercados
- **Actuação:** Compra e venda simultânea de um mesmo instrumento em dois mercados distintos
- **Função:** Limitar os preços em torno dos seus valores teóricos → eficiência do mercado

F

A **ES**

Cost-of-Carry Model

O preço de um contrato de futuros (F_0) Em teoria, está relacionado com o preço à vista atual (S_0) através do **Modelo de Cost-of-Carry (Modelo de Custo de Transporte)**.

Este modelo baseia-se no princípio de que, num mercado eficiente, não devem existir oportunidades de arbitragem (lucro sem risco).

A relação fundamental para as commodities é:

$$F_0 = S_0 + \text{Custos de Transporte} - \text{Benefícios de Deter Ativo}$$

F



Arbitragistas

- Os arbitragistas compram e vendem ativos e instrumentos financeiros, **aproveitando distorções temporárias nos preços dos diversos mercados.**
- Através de transações simultâneas nos mercados de futuros e à vista. **Os arbitragistas realizam ganhos, comprando no mercado subavaliado e vendendo no mercado sobreavaliado.**
- Os arbitragista intervêm quando, entre os preços ou as taxas de rentabilidade entre mercados, e particularmente, entre o mercado à vista e o mercado de futuros, se verificam diferenças significativamente maiores ou menores do que aquelas que as condições dos mercados fariam supor.



Modelo de avaliação de um contrato de futuros

A relação fundamental para os preços de contratos de futuros sobre *commodities*:

$$F_0 = S_0 + \text{Custos de Transporte} - \text{Benefícios de deter o Ativo}$$

$$F_0 = S_0 \cdot (1+r)^T + CT - YT$$

- F_0 : Preço do futuro hoje.
- S_0 : Preço à vista hoje.
- r : Taxa de juro livre de risco.
- T : Tempo até à maturidade do contrato (em anos).
- CT : Valor futuro dos custos de armazenagem.
- YT : Valor futuro do *convenience yield*.



Arbitragem Cash-and-Carry

No mercado de futuros sobre a prata.

- **Preço à vista** da prata (S_0): 20€ por onça.
- Taxa de juro livre de risco (r): 3% ao ano.
- Custos de armazenagem: 0,30€ por onça, pagos no final do ano e assumir, que o *convenience yield* é 0.

Qual o preço teórico do futuro?



Caso do futuro sobre commodities

Custo de financiar a compra: $20€ \times 3\% = 0,60€$

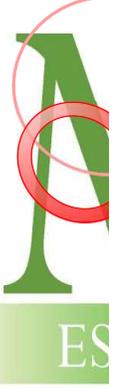
Custo de armazenar: 0,30€

Custo total de transporte: $0,60€ + 0,30€ = 0,90€$

O preço teórico do futuro seria:

$$F_0 = S_0 + \text{Custos de Transporte} = 20€ + 0,90€ = 20,90€$$

- Se o preço do futuro de negociado em bolsa não for de 20,90€, tal criar oportunidades de arbitragem



Determinantes do Valor de um Futuro

Os mecanismos de arbitragem garantem que o preço dos futuros se mantém alinhado com o preço.

Se $F_0 > S_0 \cdot (1+r)^T + CT - YT$,

O futuro está sobrevalorizado: Arbitragem cash-and-carry → *Compra do ativo no mercado à vista e venda simultânea de futuros sobre esse ativo*




Arbitragem Cash and carry

- **Intuição subjacente ao Cash-and-carry (futuro caro):** Comprar barato hoje no mercado à vista (*long*) e simultaneamente vender caro (*short*) no mercado de futuros para entrega futura, garante um lucro sem risco. A estratégia consiste em "carregar" (*carry*) o ativo físico até à vencimento.





Arbitragem Cash And Carry

Preço à vista (S_0): 20€
 Preço teórico do futuro: 21,50€
Preço de mercado do futuro (F_0): 21,50€
 (sobrevalorizado)

Qual é Estratégia de Arbitragem?

Se o preço do futuro negociado em bolsa fosse de 21,50€, estaria sobrevalorizado, criando uma oportunidade de arbitragem Cash and Carry



Estratégia de Arbitragem Cash and Carry

- **Hoje (Momento 0):**
 - Pedir emprestado 20€ à taxa de 3% ao ano.
 - Comprar 1 onça de prata no mercado à vista por 20€.
 - Vender 1 contrato de futuros sobre prata a 21,50€ com maturidade de 1 ano.
 - Fluxo de Caixa Hoje: 0€ (+20€ do empréstimo, -20€ da compra).



Estratégia de Arbitragem Cash and Carry

- **Daqui a 1 ano (Maturidade):**
 - **Entregar a onça de prata** que armazenou para cumprir o contrato de futuros.
 - **Receber 21,50€** pela venda do futuro.
 - **Pagar o empréstimo** com juros: $20€ (1 + 0,03) = 20,60€$.
 - **Pagar os custos de armazenagem: 0,30€.**



Estratégia de Arbitragem Cash and Carry

- **Resultado:**
 - Receitas: 21,50€
 - Custos totais: 20,60€ (empréstimo) + 0,30€ (armazenagem) = 20,90€
 - **Lucro de Arbitragem (sem risco):** $21,50€ - 20,90€ = 0,60€$ por onça.



Determinantes do Valor de um Futuro

Os mecanismos de arbitragem garantem que o preço dos futuros se mantém alinhado com o preço.

Se $F_0 < S_0 \cdot (1+r)^T + CT - YT$,

O futuro está subvalorizado: Arbitragem reverse cash-and-carry → *Venda do instrumento subjacente, no mercado à vista e compra simultânea de futuros sobre esse ativo*



Arbitragem reverse cash and carry

- **Intuição subjacente ao Reverse Cash-and-carry (futuro barato):** Vender caro hoje no mercado à vista (se já detiver o ativo ou “a descoberto” - *short*) e comprar barato no mercado de futuros (*long*) para recompra futura do ativo subjacente. O dinheiro da venda é investido para render juros.



Estratégia **Reverse Cash and Carry**

- Esta estratégia é usada quando o preço do futuro está **demasiado baixo** ($F_0 < S_0 + \text{Custos de Transporte}$).
- **Intuição:** Vender caro hoje no mercado à vista (se já detiver o ativo) e comprar barato no mercado de futuros para recompra futura. O dinheiro da venda é investido para render juros.



Arbitragem **Reverse Cash And Carry**

Preço à vista (S_0): 20€
 Preço teórico do futuro: 20,90€
Preço de mercado do futuro (F_0): 20,50€
 (subvalorizado)

Qual é Estratégia de Arbitragem?

Se o preço do futuro negociado em bolsa fosse de 20,90€, estaria subvalorizado, criando uma oportunidade de arbitragem Reverse Cash and Carry



Arbitragem **Reverse Cash And Carry**

- **Hoje (Momento 0):**
 - **Vender 1 onça de prata** que possui no mercado à vista por 20€ (para alguém que já detém prata, ou vende a descoberto).
 - **Investir os 20€** à taxa de 3% ao ano.
 - **Comprar 1 contrato de futuros** sobre prata a 20,50€ com maturidade de 1 ano.
 - *Fluxo de Caixa Hoje: 0€* (vendeu o ativo, investiu o dinheiro).



Arbitragem **Reverse Cash And Carry**

- **Daqui a 1 ano (Maturidade):**
 - **Receber o montante investido** com juros: 20€ $(1 + 0,03) = 20,60€$.
 - **Receber a onça de prata** do contrato de futuros, pagando 20,50€.
 - **Poupou os custos de armazenagem** que teria tido: 0,30€.



Arbitragem *Reverse Cash And Carry*

Resultado:

- O arbitragista termina com a mesma onça de prata que tinha no início, mas com um lucro extra.
- Receitas/Poupanças: 20,60€ (do investimento) + 0,30€ (custos evitados) = 20,90€
- Custos: 20,50€ (para comprar a prata via futuro).

Lucro de Arbitragem (sem risco): 20,90€ - 20,50€ = **0,40€ por onça.**



As operações de hedging

- A intenção é transformar um risco de preço incontrollável num custo ou receita previsível.
- Assunção de posições contrárias no mercado à vista e de futuros, de forma a que os **efeitos da evolução (paralela) de preços se compensem.**
- O resultado depende da evolução da base, i.e. da diferença entre preço à vista e preço a futuro
- Definição de uma estratégia de cobertura implica
 - Determinação do risco existente
 - Determinação do número de contratos a transaccionar
 - Escolha do contrato de futuros



Princípios básicos das operações de hedging

Cobertura curta (*short hedge*) - posição longa (compradora) no mercado à vista **combinada** com uma posição curta (vendedora) em contratos de futuros; **protecção contra risco de queda de cotações**

Cobertura longa (*long hedge*) - posição curta (vendedora) no mercado à vista **combinada** com uma posição longa (compradora) em contratos de futuros; **protecção contra risco de subida de cotações**



INTERVENÇÃO NOS MERCADOS DE FUTUROS : *Cobertura de risco pelos Hedgers*

Risco de que se protegem: variações de preços de ativos que possuem ou virão a possuir

Tipo de risco	Posição no mercado de futuros
Risco de subida de cotações	Posição longa (compra de contratos)
Risco de queda de cotações	Posição curta (venda de contratos)

Resultado na **posição combinada** : Efeito líquido das variações de preços aproximadamente nulo



Intuição subjacente ao **hedging** de Compra

Consumidor compra futuros para se proteger contra subida de preços:

Uma Panificadora precisa de 1.000 ton de trigo em 6 meses.

Spot atual = 250 €/ton.
Futuro 6 meses = 260 €/ton.

Estratégia:

- Compra contratos futuros a 260.
- Se o preço **subir** para 300, ganha no futuro (compra barato).
- Se **cair** para 220, perde no futuro mas compra mais barato no spot. O custo final será **sempre 260**.



Short Hedge para um Produtor

Um produtor de uma matéria-prima teme uma queda de preços. Para se proteger, ele vende contratos de futuros hoje.

Um agricultor dos EUA prevê colher 20.000 *bushels* de soja daqui a 4 meses. O preço Spot atual é de 10 €/bushel e o contrato de Futuros com maturidade de 4 meses é de 10,5 €/bushel.

(...) → No vencimento, o spot = 9,2 €/bushel.

Estratégia

- Vender 20 contratos futuros
- Sem hedge: Receita = $20.000 \times 9,2 = 184.000\text{€}$
- Com hedge: Vende futuros a 10,5, *recompra* a 9,2 (ganho $1,3 \times 20.000 = 26.000\text{€}$)
- Receita spot + ganho = $184.000 + 26.000 = 210.000\text{€}$ **estabilizados** desde o momento 0.



Short Hedge para um Produtor

Intuição: Um produtor de uma matéria-prima teme uma queda de preços. Para se proteger, ele vende contratos de futuros hoje.

Uma empresa mineira planeia extrair e vender 100 onças de ouro daqui a 3 meses. O CEO teme uma queda no preço do ouro, que atualmente está a 1.800€/onça. O preço de um contrato de futuros de ouro para daqui a 3 meses é de 1.810€/onça (cada contrato representa 100 onças).



Short Hedge para um Produtor

A empresa temendo uma queda de preços, decide fazer um short hedge (vende contratos de futuros hoje).

- Analise o resultado final se, daqui a 3 meses, o preço à vista do ouro for
 - (a) 1.750€/onça ou
 - (b) 1.850€/onça.



Short Hedge para um Produtor

Passo 1: Calcular o Preço Teórico do Futuro (F0 teórico).

- Risco: Queda no preço do ouro (a empresa é vendedora/produtora).
- Estratégia: Vender 1 contrato de futuros de ouro a 1.810€/onça.
- $r=4\%$ ao ano, logo para 6 meses ($T=0,5$) é 2% .



Short Hedge para um Produtor

Passo 2: Análise do Cenário (a): Preço à Vista cai para 1.750€.

- A empresa vende as suas 100 onças a 1.750€.
- Receita: $100 \times 1.750€ = 175.000€$. (Sem hedge, esta seria a receita final).

Mercado de Futuros:

- A empresa vendeu o futuro a 1.810€ e fecha a posição comprando-o a 1.750€.
- Lucro nos Futuros: $(1.810€ - 1.750€) \times 100 = 60€ \times 100 = 6.000€$.

Resultado Consolidado.

- Receita Total: $175.000€(\text{físico}) + 6.000€(\text{futuros}) = 181.000€$.
- Preço Efetivo por Onça: $181.000€/100 = 1.810€$.



Short Hedge para um Produtor

Passo 3: Análise do Cenário (b): Preço à Vista sobe para 1.850€.

Mercado Físico (à vista):

- A empresa vende as suas 100 onças a 1.850€.
- Receita: $100 \times 1.850€ = 185.000€$.

Mercado de Futuros:

- A empresa vendeu o futuro a 1.810€ e fecha a posição comprando-o a 1.850€.
- Prejuízo nos Futuros: $(1.810€ - 1.850€) \times 100 = -40€ \times 100 = -4.000€$.

Resultado Consolidado:

- Receita Total: $185.000€(\text{físico}) - 4.000€(\text{futuros}) = 181.000€$.
- Preço Efetivo por Onça: $181.000€ / 100 = 1.810€$.



Short Hedge para um Produtor

- O *hedge* funcionou perfeitamente.
- A empresa abdicou de lucros potenciais (no cenário de subida de preço) para se proteger contra perdas (no cenário de queda de preço).
- Em **ambos** os casos, a empresa mineira **garantiu um preço de venda efetivo de 1.810€** por onça, permitindo uma gestão de tesouraria e planeamento financeiro mais estáveis.



Ecolha do Futuro por Vencimento

Princípios gerais de utilização de futuros para efeitos de cobertura (hedging):

- Vencimentos mais próximos;
- Vencimentos coincidentes com a data da exposição no mercado à vista;
- Reversão de posições na data de vencimento



Avaliação da cobertura

Eficiência do *hedge* = $\frac{\text{Resultado nos futuros}}{\text{Resultado na posição a contado}}$

- Análise dos factores que contribuíram para os resultados da cobertura
- Avaliação dos **riscos da cobertura**: risco de base; risco de correlação; risco de indivisibilidade
- Análise de desvios nos resultados



Riscos do *hedging*

- Risco de preço é substituído por outros riscos (menores):
 - a) Risco de base
 - b) Risco de indivisibilidade
 - c) Risco de correlação



INTERVENÇÃO NOS MERCADOS DE FUTUROS : Especulação

- Os especuladores são agentes que procuram lucrar com as variações de preços, ao assumirem o risco que os hedgers querem transferir, fornecem a liquidez essencial ao mercado.
 - Assumir o risco em troca da possibilidade de obtenção de lucros
 - Expectativa de subida** de preços → Compra futuros
 - Expectativa de descida** de preços → Vende futuros



INTERVENÇÃO NOS MERCADOS DE FUTUROS :
Especulação

- Função:
 - Fornecer liquidez ao mercado
 - Desempenhar um papel contra-cíclico nos movimentos dos preços
- Importante **alavancagem** proporcionada pelos contratos de futuros
 - Tanto são alavancados os ganhos como as perdas
- Actuação nos mercados de derivados


Forma económica de especular




O mercados de Futuros

FUTUROS SOBRE COMMODITIES



Modelo teórico de valorização de futuros

- O preço de um contrato de futuros (F_0) Em teoria, está relacionado com o preço à vista atual (S_0) através do **Modelo de Cost-of-Carry (Modelo de Custo de Transporte)**.
- A relação fundamental para os preços de contratos de futuros sobre commodities pode ser formalizado, em tempo discreto, como $F_0 = S_0 \cdot (1+r)^T + CT - YT$, onde:
 - F_0 : Preço do futuro hoje.
 - S_0 : Preço à vista hoje.
 - r : Taxa de juro livre de risco.
 - T : Tempo até à maturidade do contrato (em anos).
 - CT : Valor futuro dos custos de armazenagem.
 - YT : Valor futuro do *convenience yield*.



Determinantes do Valor

- **Convenience Yield (YT):** Representa o benefício ou prémio associado à posse física da matéria-prima.
 - Uma empresa pode estar disposta a pagar mais para ter o ativo fisicamente disponível para evitar paragens na produção ou para aproveitar oportunidades de venda inesperadas. É um "dividendo" implícito de deter o ativo.



Modelo em tempo contínuo

$$F_0 = S_0 e^{((r + c - y)T)}$$

- Considere um ativo subjacente que apresenta as seguintes características:
 - Taxa livre de risco: $r = 5\%$
 - Custos de armazenagem: $u = 0,5 \%$
 - Yield de conveniência: $y = 1\%$
 - Prazo $T = 6 \text{ meses}$



Capitalização discreta

Ocorre quando os juros são adicionados ao capital em intervalos de tempo **discretos** (anuais, semestrais, trimestrais, mensais, etc.).

$$\text{Fórmula geral: } FV = PV \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot t}$$

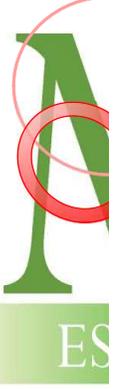
onde:

- FV = valor futuro,
- PV = valor presente,
- i = taxa de juro nominal anual,
- m = número de períodos de capitalização por ano,
- t = número de anos.

Exemplo de para um depósito de 1.000€ a 10% ao ano durante 2 anos:

- Capitalização anual: $FV = 1000 \cdot (1 + 0,10)^2 = 1.210 \text{ €}$
- Capitalização trimestral: $FV = 1000 \cdot (1 + 0,10/4)^8 \approx 1.219 \text{ €}$

Quanto mais frequente for a capitalização, maior será o valor futuro, porque os juros são “incorporados” mais vezes



Capitalização contínua

$$FV = PV \cdot e^{r \cdot t}$$

onde:

- FV = valor futuro,
- PV = valor presente,
- e é a base dos logaritmos naturais ($\approx 2,718$),
- r é a taxa de juro anual efetiva,
- t é o tempo em anos.

F Exemplo:
Para o mesmo depósito de 1.000€ a 10% ao ano durante 2 anos, com capitalização contínua:

$$FV = 1000 \cdot e^{0,10 \cdot 2} \approx 1.221 \text{ €}$$

Note que o valor é ligeiramente superior ao regime discreto, porque os juros estão sempre a ser incorporados.



Relação entre os regimes

A capitalização contínua é o **limite matemático** da capitalização discreta quando o número de períodos de capitalização tende para infinito:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot t} = e^{i \cdot t}$$

A ligação é direta: qualquer taxa de juro discreta pode ser convertida numa **taxa contínua equivalente**, e vice-versa:

$$r_c = m \cdot \ln\left(1 + \frac{i}{m}\right) ; i = m \cdot (e^{r_c/m} - 1)$$

- A capitalização contínua facilita modelização matemática e o cálculo de derivadas, logaritmos, ...
- A capitalização discreta é mais usada em produtos financeiros reais (empréstimos bancários, obrigações), porque os juros são pagos periodicamente em datas específicas.

F



Avaliação em tempo contínuo

- Se o preço do ativo no mercado à vista for de 5000, qual é a expectativa que será o preço de equilíbrio no mercado de futuros a 6 meses?

$$F_{\text{teórico}} = 5000 * e^{[(0,05-0,005)*(\frac{180}{360})]} \approx 5113,78 \text{ USD}$$


- O preço hoje do contrato de futuros por 6 meses é de 5175.




Arbitragem Cash-and-Carry

O futuro está sobrevalorizado: Arbitragem *cash-and-carry* : *Compra do ativo no mercado à vista e venda simultânea de futuros sobre esse ativo*

- **Intuição:** Comprar barato hoje no mercado à vista e vender caro no mercado de futuros para entrega futura, garantindo um lucro sem risco. A estratégia consiste em "carregar" (*carry*) o ativo físico até à maturidade.






Arbitragem cash-and-carry

A) Compra de uma unidade do ativo no imediato por 5000 através de um empréstimo e suporta o custo de posse de 113,78 ($5000 * e^{[(0,05-0,005)*(\frac{180}{360})]} - 5000$), por 6 meses;

F B) **Simultaneamente** assume uma posição Vendedora no contrato de futuros por 6 meses de 5175.



Arbitragem cash-and-carry

Passados 6 meses

- **Entrega** o ativo no contrato de futuros por 5175 e paga os custos de posse de 113,78, ficando com 5061,22 (5175-113,78)
- **Liquida** o valor inicial de 5000 e tem um lucro de 61,22 por cada unidade de ativo subjacente.
- Se esta estratégia tivesse sido desenvolvida para 100 unidades de ativo subjacente, teria um resultado de: $100 * 61,22 = 6122$ (**sem risco**).

F



Arbitragem reverse cash and carry

- O futuro está subvalorizado: Arbitragem reverse cash-and-carry → *Venda do instrumento subjacente, no mercado à vista e compra simultânea de futuros sobre esse ativo*
- **Intuição subjacente ao Reverse Cash-and-carry (futuro barato):** Vender caro hoje no mercado à vista (se já detiver o ativo ou “a descoberto” - *short*) e comprar barato no mercado de futuros (*long*) para recompra futura do ativo subjacente. O dinheiro da venda é investido para render juros.



Avaliação em tempo contínuo

- Se o preço do ativo no mercado à vista for de 5000, qual é a expectativa que será o preço de equilíbrio no mercado de futuros a 6 meses?

$$F_{\text{teórico}} = 5000 * e^{[(0,05 - 0,005) * (\frac{180}{360})]} \approx 5113,78 \text{ USD}$$

- O preço hoje do contrato de futuros por 6 meses é de 5060.



Arbitragem Reverse cash-and-carry

Hoje (Momento 0):

A) Venda do ativo subjacente (ou a descoberto) no imediato por 5000;

B) Assume uma posição compradora no mercado de futuros no valor de 5060;

C) Investe o valor líquido da venda a descoberto a 6 meses à taxa de 4,5% (taxa de custo de posse apurada ou de um ativo sem risco)



Arbitragem Reverse cash-and-carry

Daqui a 6 meses:

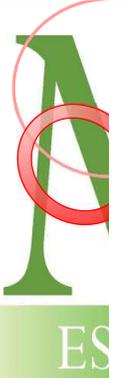
Daqui a 6 meses, recebe o valor do investimento, $5000 * e^{(0,045 * \frac{180}{360})} = 5113,78$, fecha o contrato de futuros pagando 5060 e cancela a venda a descoberto entregando o ativo.

Esta estratégia conduz a um ganho de 53,78 (5113,78 - 5060) por cada unidade de ativo subjacente. Se tivesse negociado 1000 unidades do ativo, o lucro seria: $1000 * 53,78 = 53780$



VALORIZAÇÃO POR ARBITRAGEM DOS FUTUROS

FUTUROS SOBRE TAXAS DE JURO

Arbitragem *cash and carry*

- Ao contrário de um futuro sobre uma ação ou uma *commodity*, o futuro sobre o BUND não tem como ativo subjacente uma obrigação específica que exista no mercado. Em vez disso, o seu objeto é uma **obrigação teórica (nocial)** com características perfeitamente padronizadas.
- Se o futuro estivesse ligado a uma única obrigação real, o seu mercado estaria sujeito a problemas de **liquidez** e a **manipulações** relacionadas com a oferta e procura dessa obrigação específica. Ao criar uma obrigação nocional, (a Eurex) estabelece um ponto de referência estável e universal, contra o qual todas as obrigações reais podem ser comparadas.





O Cesto de Entrega (Delivery Basket) e a Opção do Vendedor

- Apesar de o ativo subjacente ser teórico, a liquidação do contrato no vencimento é feita através da **entrega física** de uma obrigação real.
 - O vendedor (a parte com a posição curta) não entrega uma obrigação qualquer. Ele tem o direito de escolher qual obrigação entregar de um conjunto pré-definido de títulos elegíveis, conhecido como o "cesto de entrega" (*delivery basket*).
- A Eurex define as regras para que uma obrigação do governo alemão (ou outras consideradas equivalentes da Zona Euro) seja incluída neste cesto.
 - A *delivery option*. Concede ao vendedor racional escolher a obrigação que for mais vantajosa para si, ou seja, a mais barata de adquirir no mercado para cumprir a sua obrigação contratual.



O Fator de Conversão (FC)

- O fator de conversão (FC) permite aos agentes comparar obrigações reais, cada uma com o seu próprio cupão (e.g., 0%, 2,5%, 4,75%) e maturidade exata, com o preço de uma obrigação nocial.

$$P = \sum_{i=1}^n \text{Cupão}_i \times (1 + r)^{\frac{-ti}{365}} - JD$$
- A intuição económica do FC é de que atua como uma "taxa de câmbio" que traduz o valor de cada obrigação real para a linguagem da obrigação nocial (uma com um cupão de por exemplo 6%).

A

Montante exigido pelo vendedor d contrato no vencimento

- Para cada obrigação no cesto de entrega e para cada vencimento do contrato de futuros, a Eurex calcula e publica um fator de conversão.
- Quando a entrega física ocorre, o montante que o comprador do futuro paga ao vendedor não é simplesmente o preço do futuro. É o preço do futuro ajustado pelo fator de conversão da obrigação que foi efetivamente entregue (mais os juros corridos dessa mesma obrigação).

F

- Montante exigido pelo vendedor do contrato sobre da obrigação que entrega = $(\text{Preço de Liquidação do Futuro} \times \text{FC})$
- Este mecanismo garante que obrigações com cupões e maturidades diferentes são tratadas de forma equitativa no momento da liquidação.

A

A Obrigação Mais Barata para Entregar (MBE) ou Cheapest-to-Deliver (CTD)

O vendedor do futuro, para maximizar o seu resultado, irá comparar o custo de adquirir cada obrigação elegível no mercado à vista com o montante que receberá ao entregá-la.

O seu objetivo é maximizar a diferença:

Resultado do Vendedor = Preço Faturado – Custo de Aquisição

Resultado do Vendedor = $(\text{Preço do Futuro} \times \text{FC}) - \text{Preço à Vista}$

Como o preço do futuro é o mesmo para todas as obrigações, o vendedor escolherá a obrigação que permitir minimizar a expressão:

Preço à Vista – (Preço do Futuro × FC)

F



Valor do Futuro e valor da Base

- É a dinâmica da obrigação **Cheapest-to-Deliver (MBE)** que ancora o preço do futuro ao mercado à vista através da relação do valor da

Base = Preço Futuro × FC da MBE - Cotação da MBE

- Num mercado eficiente, o preço do contrato de futuros sobre o BUND irá seguir de perto o preço da MBE ajustado pelo seu fator de conversão.



Valor do Futuro e valor da Base

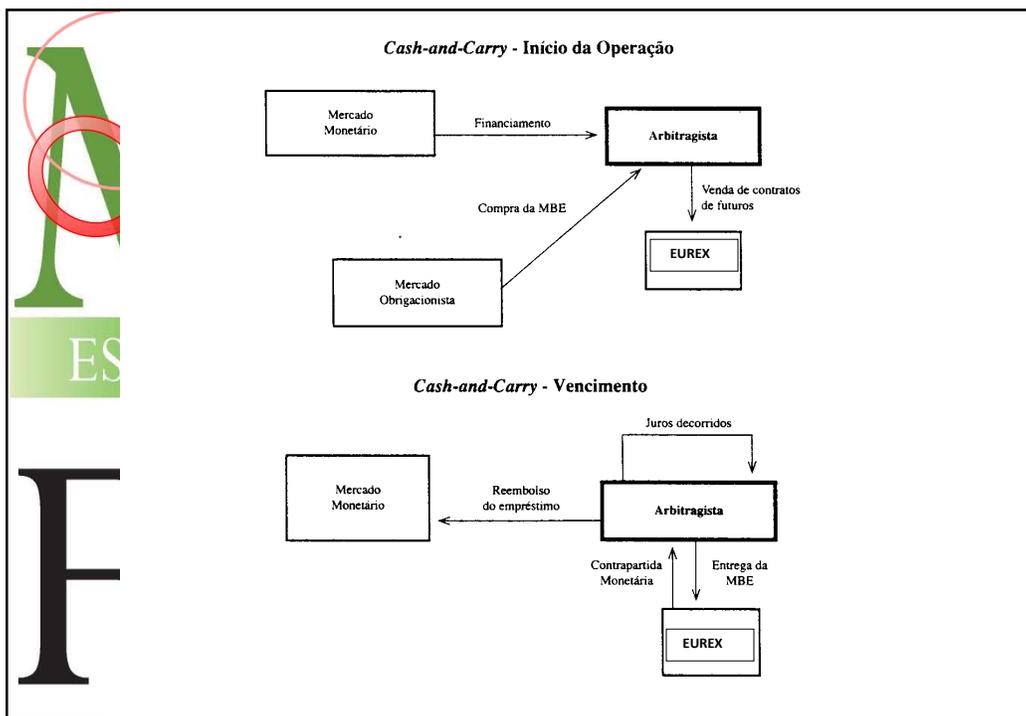
- A existência de um "cesto de entrega" força os participantes a **analisar continuamente** qual a obrigação mais económica para liquidar o contrato, logo é o preço desta obrigação, a MBE, que dita o preço do futuro.
 - As flutuações das taxas de juro podem mudar a obrigação que é a MBE.
- O preço de um futuro sobre o **BUND** é um **reflexo direto, mediado** por fatores de conversão e pela **lógica de arbitragem**, do preço da obrigação real mais barata para entregar nesse preciso momento.

A
ES

Arbitragem *cash and carry*

- A arbitragem **cash and carry** consiste na compra de títulos no mercado à vista, recorrendo a um financiamento no mercado monetário, e na venda, simultânea de um número apropriado de contratos de futuros, tendo em conta a posição à vista.
- Esta transação resulta, teoricamente, num ganho, se o futuro estiver a ser cotado a um preço relativamente **elevado**, em comparação com o preço ajustado do título à vista.

F





Arbitragem *cash and carry*

- Para que este tipo de arbitragem *cash-and-carry* seja possível, é necessário que:
 - A taxa de juro implícita na relação à vista/futuro seja superior à taxa praticada no mercado monetário (taxas referidas ao mesmo prazo).



- Estes efeitos manter-se-ão até ao ponto em que os ganhos envolvidos na arbitragem sejam nulos (pressão de descida de preços no mercado de futuro devido à procura acrescida).



Arbitragem *cash and carry*

- Este tipo de arbitragem estabelece, como que um diferencial máximo entre o preço do Futuro e o preço à vista da MBE.
- Este diferencial é determinado pelo custo líquido de detenção da posição à vista : custo de financiamento da compra das MBE deduzido dos juros decorridos da OT (referidos ao período da operação),
- Este custo líquido de financiamento é normalmente designado por **cost-of-carry** ou (custo de carregamento).





Arbitragem *cash and carry*

- A MBE é a OT que proporciona um maior ganho na arbitragem *cash-and-carry*, pelo que os arbitragistas irão centrar as suas operações sobre este título.
- Aumenta a procura dessa OT à vista (tendendo o seu preço a aumentar).
- E vendendo contratos de futuros (aumenta a oferta, pressionando o preço da OT para a baixa).
- Estes efeitos manter-se-ão até ao ponto em que os ganhos envolvidos na arbitragem sejam nulos.



O Contrato de Futuros BUND

Contrato BUND (Obrigações de Tesouro da Zona Euro)
a 6 meses (cotação em percentage do valor nominal)

- Com entrega física de um conjunto de OTs elegíveis; usa-se o Factor de Conversão (FC) para homogeneizar.
- O título **Mais Barato para Entrega** (MBE ou CTD) minimiza o custo de entrega do **vendedor**.
- Base relevante e custo líquido de financiamento:
 - $Base = P_F \times FC_{MBE} - P_{MBE}$
 - $Custo\ líquido\ de\ financiamento \approx P_{MBE} \times (r_{repo} - cup\tilde{a}o) \times T$